

第3讲 一元二次方程的实际应用

列方程解应用题的一般步骤

- ① **审**：审题，分析题中已知是什么，求什么，明确各数量之间关系；
- ② **找**：找出能够表示应用题全部意义的一个相等关系；
- ③ **设**：设未知数（一般求什么，就设什么为未知数）；
- ④ **列**：根据这个相等关系列出需要的代数式，进而列出方程；
- ⑤ **解**：解所列出的方程，求出未知数的值；
- ⑥ **验**：检验所求解是否符合题意；
- ⑦ **答**：写出答案（包括单位名称）。

一、 增长率问题

探究：

- 1、某厂1月份总产量为100吨，平均每月增长20%，则2月份总产量为_____吨，3月份总产量为_____吨。（填具体数字）
- 2、某种商品原价为100元，平均每次降价10%，则第一次降价后的售价为_____元，第二次降价后的售价为_____元。（填具体数字）

！ 总结：

两次平均增长（下降）率问题的一般关系：_____

n 次平均增长（下降）率问题的一般关系：_____

举个“栗”子

栗子1

1. 受益于国家支持新能源汽车发展和“一带一路”发展战略等多重利好因素，我市某汽车零部件生产企业的利润逐年提高，据统计，2016年利润为2亿元，2018年利润为2.88亿元。
(1) 求该企业从2016年到2018年利润的年平均增长率。
(2) 若2019年保持前两年利润的年平均增长率不变，该企业2019年的利润能否超过3.4亿元？

栗子2

2. 某超市一月份的营业额为200万元，已知第一季度的总营业额共1000万元，如果平均每月增长率为 x ，则由题意列方程应为（ ）。
A. $200(1+x)^2 = 1000$ B. $200 + 200 \times 2x = 1000$

C. $200 + 200 \times 3x = 1000$

D. $200 [1 + (1+x) + (1+x)^2] = 1000$

栗子3

3. 商场中换季衣服都要打折处理，今年 10 月某商店将某种春秋装以原价 8.1 的折出售，到了 11 月，再次降价，现将这种春秋装仅以原价的 6.4 折出售，经过两次降价，则平均折扣率是 _____ .

栗子4

4. 受疫情影响某旅游景区今年第一季度的游客数量比去年第四季度下降 20% . 当地政府果断采取调控政策，若该旅游景区计划在今年第二、三季度游客人数持续增长，且计划第三季度游客人数比去年第四季度增长 7.8% , 设第二、三季度的平均增长率为 x , 下列方程正确的是 () .

A. $(1 - 20\%)(1 + x)^2 = 1 + 7.8\%$

B. $(1 - 20\%)(1 + 2x) = 1 + 7.8\%$

C. $(1 + x)^2 = 1 - 20\% + 7.8\%$

D. $1 + 2x = 1 - 20\% + 7.8\%$

二、利润问题

探究：

某商品现在的售价为每件 60 元，每星期可卖出 300 件，市场调查反映：如果调整价格，每降价 1 元，每星期可多卖出 10 件，请你帮助分析，当每件商品降价多少元时，可使每星期的销售额为 19250 元，设每件商品降价 x 元。

分析：根据问题中的数量关系，用含 x 的式子填表：

	原价	每件降低 1 元	每件降低 2 元	...	每件降低 x 元
每件售价 (元)	60	_____	_____	...	_____
每星期销量 (件)	300	_____	_____	...	_____

列方程得（不需解方程）：

若改为“当每件商品售价为多少元时，可使每星期的销售额为 19250 元”，怎样列方程。

每件售价 (元)	60	59	58	...	每件售价 y 元
每件降价 (元)	0	_____	_____	...	_____
每星期销量 (件)	300	_____	_____	...	_____

列方程得（不需解方程）：

！ 总结：

利润的减少会导致销量的增加，所以 **新总利润**=_____

🧠 举个“栗子”

栗子5

5. 某商场服装部销售一种名牌衬衫，平均每天可销售出 180 件，每件盈利 12 元。为了扩大销售，减少库存，商场决定降价销售，经调查，每件降价 1 元时，平均每天可多卖出 10 件。若商场要求该服装部每天盈利 2000 元，则每件衬衫应降价多少元？

栗子6

6. 已知该工艺品的成本是 40 元 / 件，如果以单价 100 元 / 件销售，那么每天可售出 200 件，另每天除工艺品的成本外所需支付的各种费用是 2000 元，根据销售经验，如果将销售单价降低 1 元，每天可多售出 20 件，请问该公司每天所获利润能否达到 22500 元。如果能，应该把销售单价定为多少元，如果不能，请说明理由。

栗子7

7. 某商场一种商品的进价为每件 30 元，售价为每件 40 元，每天可以销售 48 件，为尽快减少库存，商场决定降价促销。
- （1）若该商品连续两次下调相同的百分率后售价降至每件 32.4 元，求两次下降的百分率。
- （2）经调查，若该商品每降价 0.5 元，每天可多销售 4 件，那么每天要想获得 512 元的利润，每件应降价多少元？

三、 传染问题

探究：

有一人得了流感，他把流感传染给了 10 个人，共有_____得流感；第一轮传染后，所有得流感的人每人又把流感传染给了 10 个人，经过两轮传染后，共有_____人得流感。

按照上面的思路继续探究：

有一个人患了流感，经过两轮传染后共有 81 人患了流感。试求每轮传染中平均一个人传染了几个人？

分析：

解：设每轮传染中平均一人传染了 x 个人。

开始有一个人患了流感，第一轮传染的感染源就是这个人，他传染了 x 个人，所以第一轮后共有_____人患了流感。

第二轮传染中，这些人中每个人又传染了 x 个人，第二轮后新传染了_____个人，那么第二轮后共有_____个人患了流感。（用代数式表示）

列方程：

_____。

解方程得：

_____。

答：平均一人传染了_____人。

！总结：

传染问题中，每轮传染的新患者会和老患者一同感染下一波人群，将每轮的新增患者数算出来，最后求和列方程。

在感染速度不变的情况下，由 1 人经过两轮传染，最后会有_____人患病。

举个“栗子”

栗子8

8. 有一人患了流感，经过两轮传染后共有 64 人患了流感，若每轮传染中平均每个人传染的人数相同，那么第三轮过后，共有_____人患有流感。

栗子9

9. 有 5 人患了流感，经过两轮传染后共有 605 人患流感，则第一轮后患流感的人数为（ ）。

A. 10

B. 50

C. 55

D. 45

栗子10

10. 某种植物的主干长出若干数目的支干又长出同样数目的小分支，主干、支干和小分支的总数是 91。设每个支干长出 x 个小分支，则可得方程为_____。

四、单循环问题

探究：

10支球队，采取双循环赛制，则共需比赛_____场，若采用单循环赛制共需比赛_____场。

！总结：

n 支球队，采取双循环赛制，则共需比赛_____场，若采用单循环赛制共需比赛_____场

🍌 举个“栗”子

栗子11

11. 在某次商品交易会上每两家公司都签订了一份合同，所有公司签订了 45 份合同，设有 x 家参加这次交易会，则列出方程正确的是（ ）。

- A. $x(x-1) = 45$ B. $\frac{1}{2}x(x-1) = 45$ C. $x(x+1) = 45$ D. $\frac{1}{2}x(x+1) = 45$

栗子12

12. 2017 - 2018 赛季中国男子篮球职业联赛，采用双循环制（每两队之间都要进行两场比赛），比赛总场数为 380 场，若设参赛队伍有 x 支，则可列方程为（ ）。

- A. $\frac{1}{2}x(x-1) = 380$ B. $x(x-1) = 380$ C. $\frac{1}{2}x(x+1) = 380$ D. $x(x+1) = 380$

13. 生物兴趣小组的学生，将自己手机的标本向本组其他成员各互赠一本，全组共互赠了 182 本，如果全组有 x 名同学，则根据题意列出的方程是（ ）。

- A. $x(x+1) = 182$ B. $x(x-1) = 182$
C. $2x(x+1) = 182$ D. $x(x-1) = 182 \times 2$

五、几何问题

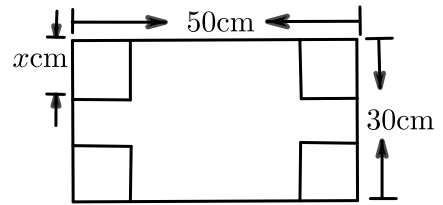
！总结：

求解阴影部分面积问题需要利用_____的思想，构造完整图形。

🍌 举个“栗”子

栗子13

14. 如图，在一张长宽分别为 50cm 和 30cm 的长方形纸板上剪去四个边长为 x cm 的小正方形，并用它做成一个无盖的小长方体盒子，若要使长方体盒子的底面积为 300cm^2 ，求 x 的值，根据题意，可列得的方程为（ ）。



A. $(50 - x)(30 - x) = 300$

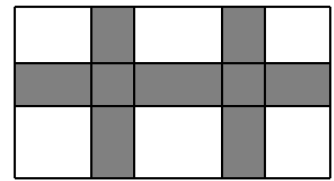
B. $(50 - 2x)(30 - 2x) = 300$

C. $(50 - 2x)(30 - x) = 300$

D. $1500 - 4x^2 = 300$

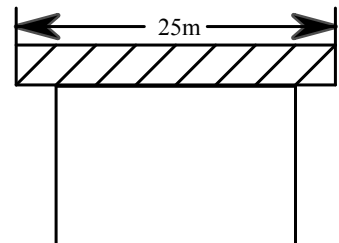
栗子14

15. 如图所示，在宽 20m，长为 32m 的矩形耕地上，修筑同样宽的三条道路，（互相垂直），把耕地分成大小不等的六块试验田，要使试验田的面积为 570m^2 ，道路应为多宽？



栗子15

16. 如图，要建一个长方形养鸡场，养鸡场的一边靠墙（墙长 25 米），另三边用竹篱笆围成，竹篱笆的长为 40 米，若要围成的养鸡场的面积为 180 平方米，求养鸡场的长、宽各为多少米，设与墙平行的一边长为 x 米。



（1）（用含 x 的代数式表示）另一边长为 _____ 米。

（2）列出方程，并求出问题的解。

栗子16

17. 如图，要建一个面积为 150 平方米的长方形仓库，仓库的一边靠墙，这堵墙的长为 18 米，在与墙平行的一边，要开一扇 3 米宽的门，已知围建仓库的现有木板材料可使新建板墙的总长为 32 米，那么这个仓库与墙垂直的一边应长多少米？

